

الدرس 1
حجم الإسطوانة

السؤال الأساسي

لماذا القوانين مهمة في الرياضيات والعلوم؟

المفردات

volume الحجم
cylinder إسطوانة
مجسمات مركبة
composite solids

المهارات الرياضية

1, 3, 4, 6

الربط بالحياة اليومية

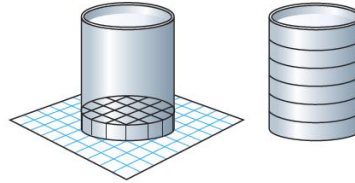


حبوب الجيلي ملأت المعلمة منى برطماناً إسطواني الشكل بحبوب الجيلي. وتمنح جائزة للطالبة التي تُقدّر عدد حبوب الجيلي في البرطمان بدقة أكثر. استخدمت منى علبة حساء لعمل نموذج للبرطمان ومكعبات بحجم سنتيمتر لعمل نماذج لحبوب الجيلي.



تعاون مع زميلك.

1. ضع علبة الحساء على ورقة تمثيل بياني. حدّد المساحة حول القاعدة كما هو موضح.



1. كم مكعب تقريباً بحجم سنتيمتر سيتسع له فاع الحاوية؟ تذكر أن تُدرج المكعبات الجزئية ضمن عدد المكعبات الإجمالي.

2. افترض أن ارتفاع كل طبقة يساوي 1 سنتيمتر. فكم عدد الطبقات

اللازمة لملء الإسطوانة؟

3. **مراعاة الدقة** اكتب قانوناً في الرياضيات يساعدك في إيجاد حجم الحاوية.

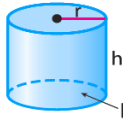
ما **المهارات الرياضية** التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة

(الدوائر) التي تنطبق.

- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| ⑤ استخدام أدوات الرياضيات | ① المثابرة في حل المسائل |
| ⑥ مراعاة الدقة | ② التفكير بطريقة تجريدية |
| ⑦ الاستفادة من البنية | ③ بناء فرضية |
| ⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة | ④ استخدام نماذج الرياضيات |

حجم الإسطوانة

المفهوم الأساسي



النموذج

حجم V الإسطوانة باستخدام نصف القطر r يساوي مساحة القاعدة B مضروبة في الارتفاع h .

الشرح

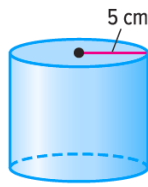
$$V = Bh \text{ حيث إن } B = \pi r^2 \text{ أو } V = \pi r^2 h$$

الرموز

منطقة العمل

الحجم هو قياس الحيز التي يشغلها مجسم. ويقاس الحجم بالوحدات المكعبة. **الإسطوانة** عبارة عن شكل ثلاثي الأبعاد له قاعدتين دائريتين متطابقتين ومتوازيين يصل بينهما سطح مقوس. مساحة القاعدة تشير إلى عدد الوحدات المكعبة في إحدى الطبقات. والارتفاع يشير إلى عدد الطبقات الموجودة في الإسطوانة.

أمثلة



1. أوجد حجم الإسطوانة. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

$$V = \pi r^2 h$$

حجم الإسطوانة

$$V = \pi (5)^2 (8.3)$$

عَوِّض عن r بالقيمة 5وعن h بالقيمة 8.3

استخدم حاسبة.

$$\boxed{2nd} \boxed{[\pi]} \boxed{\times} \boxed{5} \boxed{x^2} \boxed{\times} \boxed{8.3} \boxed{ENTER} \boxed{651.8804756}$$

الحجم تقريبًا 651.9 سنتيمترًا مكعبًا.

2. أوجد حجم إسطوانة قطرها 16 سنتيمترًا وارتفاعها 20 سنتيمترًا. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

$$V = \pi r^2 h$$

حجم الإسطوانة

$$V = \pi (8)^2 (20)$$

القطر يساوي 16 إذاً نصف القطر يساوي 8. عَوِّض عن h بالقيمة 20.

$$V \approx 4,021.2$$

استخدم الحاسبة.

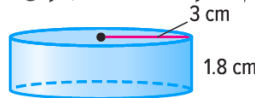
الحجم تقريبًا 4,021.2 سنتيمترًا مكعبًا.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

أوجد حجم كل إسطوانة. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

a. القطر: 12 mm

b. الارتفاع: 5 mm

اكتب
الحل
هنا

a. _____

b. _____

مثال



3. ثقالة ورق معدنية في شكل إسطوانة. ارتفاع ثقالة الورق يساوي 1.5 سنتيمتر وقطرها يساوي 2 سنتيمتر. ما كتلة ثقالة الورق إذا كانت كتلة 1 سنتيمتر مكعب تساوي 50 جرامًا؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

أوجد حجم ثقالة الورق أولاً.

$$V = \pi r^2 h$$

حجم الإسطوانة

$$V = \pi (1)^2 1.5$$

عوض عن r بالقيمة 1 وعن h بالقيمة 1.5.

$$V \approx 4.7$$

بسط.

لإيجاد كتلة ثقالة الورق، اضرب الحجم في 50.

$$4.7(50) = 235$$

إذا، كتلة ثقالة الورق يساوي 235 جرامًا تقريبًا.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

c. تستخدم عائلة فارس حاوية على شكل إسطوانة لإعادة تدوير علب الألومنيوم. يبلغ ارتفاعها 130 سنتيمترًا وقطرها 50 سنتيمترًا. الحاوية ممتلئة. ما كتلة المحتويات إذا كانت كتلة علب الألومنيوم تساوي 0.037 جرام في السنتيمتر المكعب؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة للكيلوجرام.

C. _____

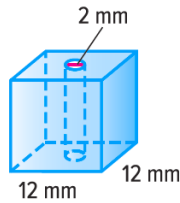
حجم المجسم المركب

الأجسام التي تتركب من أكثر من نوع مجسم يطلق عليها **المجسمات المركبة**. لإيجاد حجم المجسم المركب، فكك الشكل إلى مجسمات تعرف كيف توجد حجمها.

مثال



4. تُستخدم بدرية حبات على شكل مكعبات لعمل حُلِّي. يوجد في كل حبة ثقبٌ دائري في المنتصف. أوجد حجم كل حبة.



تأخذ الحبة شكل منشور مستطيل القاعدة وآخر إسطواني. أوجد حجم كل شكل مجسم. ثم اطرح لإيجاد حجم الحبة.

الإسطوانة

$$V = Bh$$

المنشور المستطيل القاعدة

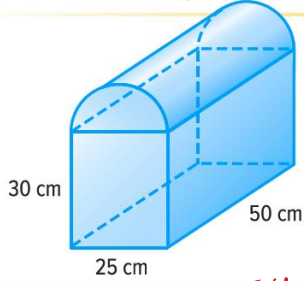
$$V = Bh$$

$$V = (\pi \cdot 1^2)12 = 37.7$$

$$V = (12 \cdot 12)12 = 1,728$$

حجم الحبة يساوي $1,728 - 37.7$ أو 1,690.3 ملليمترًا مكعبًا.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.



d. يصمم نادي الخدمات نماذج لعلب تخزين، مثل العلب الموضحة، للتبرع بها للجمعيات الخيرية. أوجد حجم العلب بالتقريب إلى أقرب جزء من عشرة.

هنا العمل أكثر

d. _____



ارتفاع
مساحة الارتفاع
حجم الاسطوانة

$$V = B \times h$$

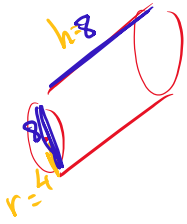
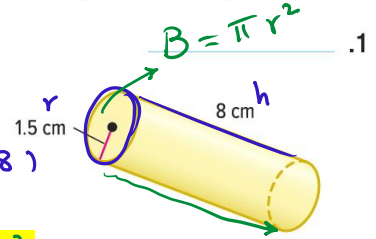
تمرين موجه

أوجد حجم كل إسطوانة. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثالان 1 و 2)

$$\begin{aligned} V &= B \times h \\ &= \pi r^2 \times h \\ &= \pi (4)^2 (8) \\ &= 402.1 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

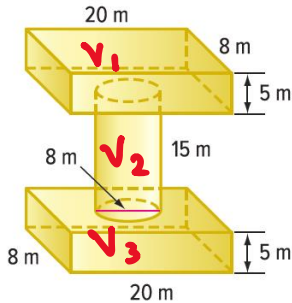
القطر: 8 cm
الارتفاع: 8 cm

$$\begin{aligned} V &= B \times h \\ &= \pi r^2 \times h \\ &= \pi (1.5)^2 (8) \\ &= 56.5 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



مساحة الارتفاع والارتفاع
 $V = B \times h$

3. بُنيت منصة مثل المنصة الموضحة لتثبيت عمل نحت لعرض فني. ما حجم الشكل؟ (المثال 4)



$$V_1 = B \times h = 20(8) \times 5 = 800 \text{ m}^3$$

$$V_2 = B \times h = \pi(4)^2 \times 15 = 754 \text{ m}^3$$

$$V_3 = B \times h = 20(8)(5) = 800 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{الكلي}} = 800 + 754 + 800 = 2354 \text{ m}^3$$

4. شمعة معطرة في شكل إسطوانة. نصف القطر يساوي 4 سنتيمترات والارتفاع 12 سنتيمتراً. أوجد كتلة الشمع اللازم لعمل الشمعة إذا كان كل 1 سنتيمتر مكعب من الشمع كُثِّلته 3.5 جرامات. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثال 3)

$$V = \pi r^2 \times h = \pi (4)^2 (12) = 603.19 \text{ cm}^3$$

$$\text{كتلة الشمع} = 603.19 \times 3.5 = 2111.2 \text{ g}$$

5. الاستفادة من السؤال الأساسي ما وجه التشابه بين قانون حجم الإسطوانة وقانون حجم المنشور المستطيل القاعدة؟



واجباتي المنزلية

الاسم

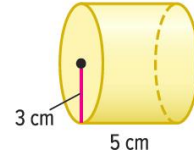
تمارين ذاتية

أوجد حجم كل إسطوانة. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثالان 1 و2)

$$\begin{aligned}
 V &= B \times h \\
 &= \pi r^2 \times h \\
 &= \pi (2.25)^2 (6.5) \\
 &= 103.4 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

القطر 4.5 m
الارتفاع 6.5 m
r = 2.25

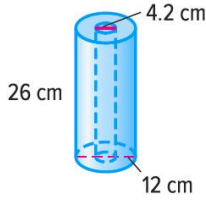
$$\begin{aligned}
 V &= B \times h \\
 &= \pi r^2 \times h \\
 &= \pi (3)^2 (5) \\
 &= 141.4 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$



3 يمتلك والدا أسماء جذع شجرة بلوط يبلغ قطره 1.3 متر وارتفاعه مترين. كم تبلغ كتلة الجذع إذا كان متوسط كتلة البلوط 946 كيلوجرامًا في المتر المكعب؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثال 3)

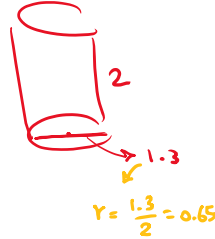
$$V = \pi r^2 \times h = \pi (0.65)^2 (2) = \frac{169}{200} \pi \text{ m}^3$$

الكتلة = $\left(\frac{169}{200} \pi\right) (946) = 2511.3 \text{ kg}$

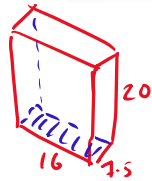
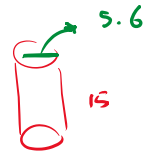


4. لفة مناشف ورقية غير مستخدمة موضحة. ما حجم اللفة غير المستخدمة؟ (المثال 4)

$$\begin{aligned}
 V_{\text{البكرة}} &= \pi r^2 h = \pi (6)^2 (26) = 936 \pi \text{ cm}^3 \\
 V_{\text{الاطلة}} &= \pi r^2 h = \pi (2.1)^2 (26) = 360.22 \text{ cm}^3 \\
 V_{\text{الناشف}} &= 936 \pi - 360.22 = 2580.3 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$



5. استخدام نماذج الرياضيات ارجع إلى الإطار الرسومي البصور التالي للتمارين a-c.

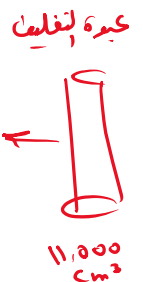


- a. أوجد حجم الحقيبة والشمعة. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.
- $$V_{\text{الحقيبة}} = B \times h = 16(7.5)(20) = 2400 \text{ cm}^3$$
- $$V_{\text{الشمعة}} = \pi r^2 h = \pi (2.8)^2 (5) = 369.5 \text{ cm}^3$$
- b. ما مقدار مادة التغليف اللازمة لملء الحيز الفارغ في الحقيبة بعد وضع الشمعة في الحقيبة؟
- $$V_{\text{الحيز الفارغ}} = 2400 - 369.5 = 2030.5 \text{ cm}^3$$
- c. يعمل بالمدرسة 70 مدرسًا. إذا كانت كل عبوة من مادة التغليف تحتوي على 11,000 سنتيمتر مكعب من المادة، فما عدد العبوات اللازم شراؤها لملء جميع حقائب الهدايا؟

$$\text{كمية مادة التغليف اللازمة} = 2030.5 (70) = 142,135 \text{ cm}^3$$

$$\text{عبوة} = 142135 \div 11000 = 12.9$$

حوالي 13 عبوة



6. استخدام أدوات الرياضيات وصل كل إسطوانة بحجمها التقريبي.

$$V = \pi (4.1)^2 (5) = 264$$

$$V = \pi (4)^2 (2.2) = 111$$

$$V = \pi (3.1)^2 (3) = 91$$

4.1 m = نصف القطر
5 m = الارتفاع

0.8 m = القطر
2.2 m = الارتفاع

6.2 m = القطر
3 m = الارتفاع

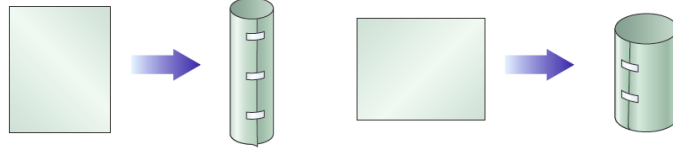
91 m³

111 m³

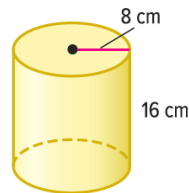
264 m³

مسائل مهارات التفكير العليا

7. المثابرة في حل المسائل ورقتان متساويتان في الحجم من الورق المقوى ملفوفتان؛ واحدة بالطول والأخرى بالعرض، كما هو موضح. أي إسطوانة حجمها أكبر؟ اشرح.



8. استخدام نماذج الرياضيات ارسم إسطوانة وسّمها بحيث يكون نصف قطرها أكبر ولكن حجمها أصغر من حجم الإسطوانة الموضحة التالية.



اكتب
الحل
هنا.

9. التفكير بطريقة تجريدية أوجد تناسب حجم الإسطوانة A إلى الإسطوانة B.

a. الإسطوانة A لها نصف القطر ذاته ولكن ارتفاعها ضعف ارتفاع الإسطوانة B.

b. الإسطوانة A لها الارتفاع ذاته ولكن نصف قطرها ضعف نصف قطر الإسطوانة B.

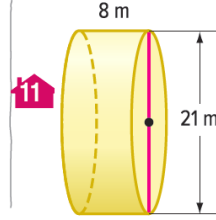
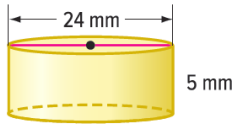
الاسم _____ واجباتي المنزلية _____

تمرين إضافي

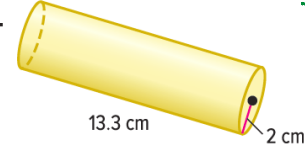
انسخ وأوجد الحل بالنسبة إلى التمارين 10-27، اكتب الحل والإجابات في ورقة منفصلة.

أوجد حجم كل إسطوانة. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

10.

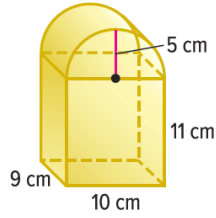


12.



$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 \times h \\ &= \pi (2)^2 (13.3) \\ &= 167.0 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

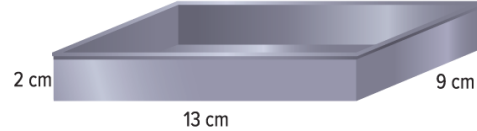
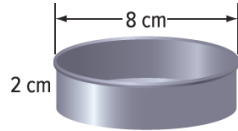
13. يمتلك أحمد حاوية بها دقيق على شكل إسطوانة. الحاوية لها قطر طولها 10 سنتيمترات وارتفاع طولها 8 سنتيمترات. إذا كانت الحاوية ممتلئة، فما كتلة الدقيق إذا كان متوسط الكتلة 0.23 جرام في السنتيمتر المكعب؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.



14. تريد أُمّة عمل صندوق مثل الصندوق الموضح. ما حجم صندوق البريد؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

15. الإسطوانة A يبلغ نصف قطرها 4 سنتيمترات وارتفاعها 2 سنتيمتر. الإسطوانة B يبلغ نصف قطرها 2 سنتيمتر. ما ارتفاع الإسطوانة B بالتقريب إلى أقرب سنتيمتر إذا كانت الإسطوانتان لهما حجم واحد؟

16. أي الصواني ستتنسج لكمية عجينة كيك أكبر. الصينية المستطيلة أم الصينية الدائريتان؟ اشرح تبريرك للصف الدراسي.



17. التمثيلات المتعددة أبعاد الإسطوانة موضحة في الجدول.

	نصف القطر (cm)	الارتفاع (cm)	الحجم (cm ³)
الإسطوانة A	1	1	
الإسطوانة B	1	2	
الإسطوانة C	2	1	
الإسطوانة D	2	2	

- a. الرموز اكتب معادلة لإيجاد حجم كل إسطوانة.
b. الشرح قارن أبعاد الإسطوانة A بأبعاد الإسطوانتين B و C و D.
c. الأعداد أكمل الجدول.
d. الشرح اشرح كيف يؤثر تغيير أبعاد الإسطوانة في حجمها.

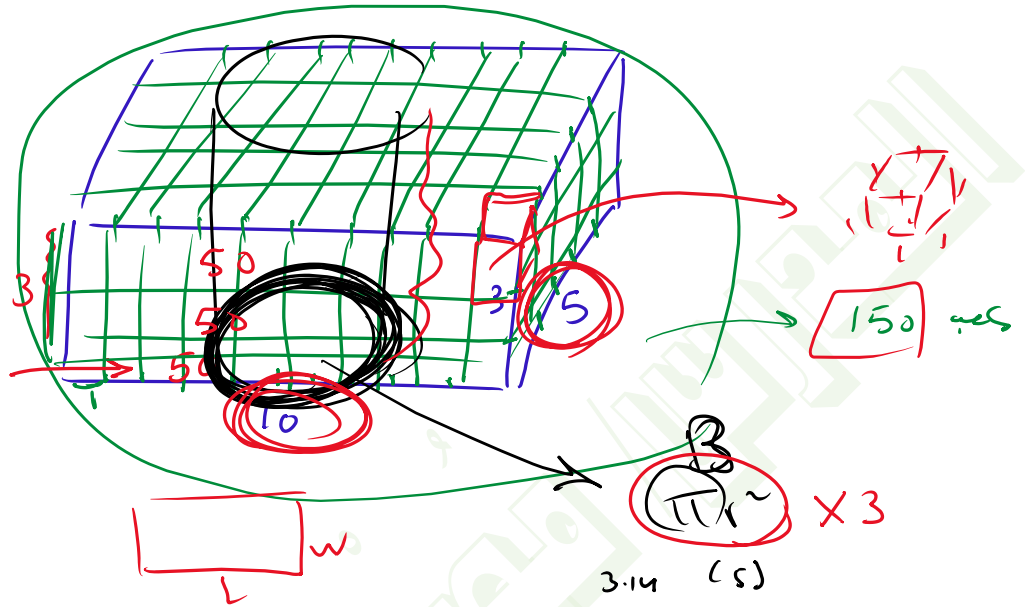
$$V = \underset{\text{cm}}{\Delta} \underset{\text{cm}}{\Delta} \underset{\text{cm}}{\Delta} \text{ cm}^3$$

مساحة = cm^2
مساحة

مساحة القاعدة

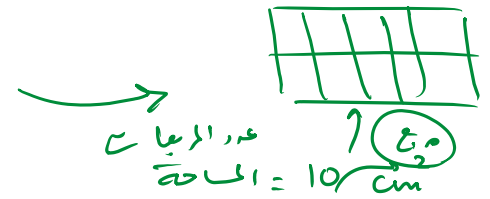
$$V = B \times h$$

50×3



$$V = \pi r r h$$

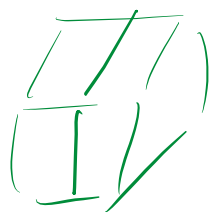
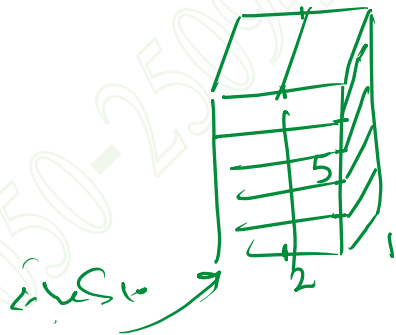
cm cm cm



حجم = $3 \times 3 \times 3$ cm³

مساحة ج

الحجم = 10 cm³



الحجم هو عدد المكعبات التي تملأ الشكل